

**Exercice 1**

Démontrer que si une suite  $(u_n)$  converge vers un réel  $l$ , alors la suite est bornée.  
La réciproque est-elle vraie ?

**Exercice 2**

Étudier la convergence des suites ci-dessous :

1. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{2^n + 3^n}{5^n}$
2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{7^n + 3^n}{5^n}$
3. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{\sin(n)}{2n}$
4. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{1 + (-1)^n}{n + 1}$
5. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n = \frac{(-1)^n \sqrt{n} + n}{n}$
6. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{1 + 3^n}{2 - 3^n}$
7. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $w_n = 2 + \frac{\sin n}{n^2}$
8. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , alors  $t_n = (-3)^n$
9. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n = \frac{3 \cos n + 2 \sin n + 5}{n}$

**Exercice 4**

Que pouvez-vous dire d'une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  si :

1. elle est majorée et croissante ? (Trouver un exemple)
2. elle est minorée et décroissante ? (Trouver un exemple)

**Exercice 5** (Un peu difficile)

$$1. \text{ Etudier la convergence de } u_n = \frac{\sin \left( \sum_{k=1}^n \frac{k^2 + 3^k}{k!} \right)}{n^2}$$

$$2. \text{ Etudier la convergence de } u_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n E(kx)$$

où  $E(kx)$  est la partie entière de  $kx$  donc :  $kx - 1 < E(kx) \leq kx$

**Exercice 5** (Difficile)

Soient  $(u)$  une suite dans  $\mathbb{R}$  et  $(v)$  la suite définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, v_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n u_k$$

Montrer que, si  $(u)$  converge vers  $l \in \mathbb{R}$  alors  $(v)$  converge aussi vers  $l$ .