1 Les fonctions affines (2nde)

1.1 Définition

Les fonctions affines sont les fonctions de la forme :

$$\boxed{f : x \longmapsto ax + b \textbf{ avec } a \in \mathbb{R}^* \textbf{ et } b \in \mathbb{R}}$$

On note $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique de f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$
Vocabulaire :
On nomme a le **coefficient directeur** de $\mathcal{C}_f$, ou le **taux de variation** de f ou **la pente** de $\mathcal{C}_f$.
Remarques :

1. Pour tout x_1 et x_2 réels tels que $x_1 \neq x_2$, on a : $\boxed{a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}}$
2. Si A et B sont deux points distincts de $\mathcal{C}_f$ alors : $\boxed{a = \dfrac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}}$
3. $\mathcal{C}_f$ passe par le point $(0; b)$

1.2 Domaine de définition

$f(x)$ existe pour toutes les valeurs de x réelles. Donc $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$

1.3 Tableau des signes

$f(x) = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b$ or $a \neq 0$ donc on peut diviser par a.
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{b}{a}$.
On dit que $x = -\dfrac{b}{a}$ est **la solution** de $f(x) = 0$ ou **la racine** de f.

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
$f(x)$		**Signe opposé de** a	0	**Signe de** a	

1.4 Tableau des variations

Les variations des fonctions affines dépendent du signe du taux de variation a.
Si a est positif :

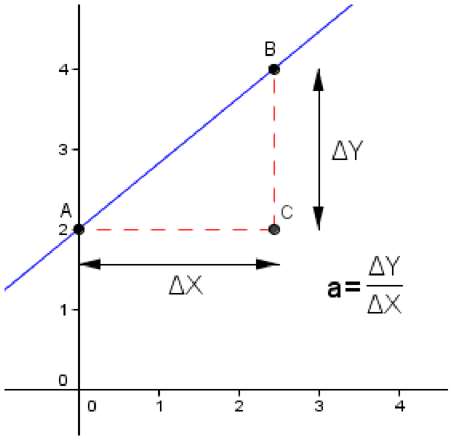
x	$-\infty$		$+\infty$
f		$\nearrow$	

Si a est négatif :

x	$-\infty$		$+\infty$
f		$\searrow$	

1.5 Représentations graphiques

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite. Elle passe par le point $(0, b)$ et son coefficient directeur donne la direction.



2 Les fonctions du second degré (2nde et 1ère)

2.1 Définition

Les fonctions polynômes du second degré sont les fonctions de la forme :

$$\boxed{f : x \longmapsto ax^2 + bx + c \textbf{ avec } a \in \mathbb{R}^* \textbf{ , } b \in \mathbb{R} \textbf{ et } c \in \mathbb{R}}$$

On note $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique de f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

2.2 Domaine de définition

$f(x)$ existe pour toutes les valeurs de x réelles donc $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$

2.3 Les différentes formes

Les fonctions polynômes du second degré peuvent avoir plusieurs formes :

1. **Forme développées :** $f : x \longmapsto ax^2 + bx + c$
2. **Forme factorisée :** $f : x \longmapsto a(x - x_1)(x - x_2)$
3. **Forme canonique :** $f : x \longmapsto a(x - \alpha)^2 + \beta$

Vous devez être capable de passer de l'une à l'autre sans problème.
Vocabulaire :
On note **Racines du polynôme** f, les réels vérifiant :

$$f(x) = 0$$

.

2.4 Tableau des variations

Il y a deux cas à prévoir : Soit $a > 0$ ou $a < 0$

Résultats de seconde : (A connaître par coeur)

1. **Si $a > 0$:**

x	$-\infty$		α		$+\infty$
f		$\searrow$		$\nearrow$	
			β		

   β **est donc le minimum de f atteint pour $x = \alpha$**

2. **Si $a < 0$:**

x	$-\infty$		α		$+\infty$
			β		
f		$\nearrow$		$\searrow$	

   β **est donc le maximum de f atteint pour $x = \alpha$**

2.5 Représentations graphiques

Ce paragraphe aussi est un résultat de seconde. La représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré est une parabole tournée vers le haut ou vers le bas et dont le sommet est donné par la forme canonique : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

Résultats de seconde : (A connaître par coeur)

1. **Si $a > 0$ alors $\mathcal{C}_f$ est une parabole tournée vers le haut et de sommet**
$$S(\alpha; \beta)$$
2. **Si $a < 0$ alors $\mathcal{C}_f$ est une parabole tournée vers le bas et de sommet**
$$S(\alpha; \beta)$$

3 Les fonctions homographiques (2nde)

3.1 Définition

Les fonctions homographiques sont les fonctions de la forme :

$$\boxed{f : x \longmapsto \frac{ax+b}{cx+d} \textbf{ avec } ad - bc \neq 0 \textbf{ et } c \neq 0}$$

On note $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique de f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3.2 Domaine de définition

On note $f : x \longmapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$ avec $ad-bc \neq 0$ et $c \neq 0$

$f(x)$ existe si et seulement si $cx+d \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\dfrac{d}{c}$

Donc $\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}}$

3.3 Tableau des signes

Pour dresser le tableau des signes de $f(x)$ il faut dresser un tableau avec le signe du numérateur, celui du dénominateur et ne pas oublier de marquer la valeur interdite.

3.4 Les différentes formes

Résultats de seconde à connaître par coeur :
Toutes les fonctions homographiques peuvent se mettre sous la forme :

$$f(x) = \alpha + \frac{\beta}{cx+d}$$

3.5 Tableau des variations

Résultats de seconde à connaître par coeur :
Pour dresser le tableau des variations des fonctions homographiques, on utilise la forme :

$$f(x) = \alpha + \frac{\beta}{cx+d}$$

et la règle suivante :

1. **Si** $\beta c > 0$ **alors le tableau des variations est le suivant :**

x	$-\infty$		$-d/c$		$+\infty$
f		$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$	

2. **Si** $\beta c < 0$ **alors le tableau des variations est le suivant :**

x	$-\infty$		$-d/c$		$+\infty$
f		$\nearrow$	$\|\|$	$\nearrow$	

Nous demontrerons une des deux règles en classe ....