Approximation d'une courbe intégrale par la méthode d'Euler
Épreuve pratique de mathématiques.

Il n'y aura aucune aide du professeur, pendant ce TP.
Les outils à votre disposition sont les tableurs Excel et OpenOffice et votre calculatrice.
Dans tout le TP, le symbole ✺ veut dire qu'il faut appeler l'examinateur pour valider un travail ou une conjecture.

Partie I Explications :

L'objectif du TP est de construire une approximation de la courbe $\mathcal{C}_f$ de la fonction f connaissant $f(a)$ et l'expression de $f'(x)$ pour tout réel x.
Rappel du cours :
Au voisinage du point a :

$$f(x) \approx f'(a)(x-a)+f(a)$$

ou si h est proche de 0

$$f(a+h) \approx f'(a) \times h + f(a)$$

Partie II Construction de la courbe :

Construction de la courbe représentative de la fonction f telle que :

$$f(-2) = -13 \text{ et pour tout } x \in \mathbb{R},\ f'(x) = 9x^2 - 5$$

1. Créer un tableau Excel avec 3 colonnes, comme dans l'image ci-dessous :

	A	B	C
1			
2	**h**	0,5	
3			
4	**x**	**f'(x)**	**≈ f(x)**
5	-2		-13
6			
7			
8			

2. Compléter le tableau de la façon suivante :

Case $A6$ **:** Les antécédents (abscisses) :
Cette colonne contient les valeurs de x allant de -2, $-2+h$, $-2+h+h$, etc ...
Mettre $\boxed{=A5+\$B\$2}$ dans la case $A6$ puis valider.
Si on note x_0 la première valeur -2 alors dans cette colonne on obtient $x_1 = x_0 + h$, $x_2 = x_1 + h$ etc ...
Les deux symboles \$ qui entoure B servent à laisser fixe cette cellule lorsque l'on va recopier la formule vers le bas. La valeur de h étant toujours celle de la cellule $B2$, il ne faut pas que lors de la copie vers le bas la formule cherche la valeur de h dans $B3$ ou $B4$ ou $B5$ etc ...
Recopier la formule vers le bas pour obtenir 50 valeurs de x.

Case $B5$ **:** Le nombre dérivé de f en x $(f'(x))$:
Cette colonne contient les valeurs de $f'(x)$ pour les valeurs de x de la colonne précédente.
Mettre $\boxed{=9*A5\wedge 2-5}$ dans la case $B5$ puis valider.
Recopier la formule vers le bas pour obtenir 50 valeurs de $f'(x)$.
On obtient dans cette colonne : $f'(x_0)$, $f'(x_1)$, $f'(x_2)$ etc ...

Case $C6$ **:** Valeur approchée de l'image des valeurs de x $(\approx f(x))$.
Cette colonne contient les valeurs de $f(x)$ pour les valeurs de x de la colonne précédente.
On utilise pour cela la formule : $f(a+h) \approx f'(a) \times h + f(a)$.
Mettre $\boxed{=\$B\$2*B5+C5}$ dans la case $C6$ puis valider.
Recopier la formule vers le bas pour obtenir 50 valeurs approchées de $f(x)$.
On obtient dans cette colonne, une valeur approchée de : $f(x_0)$, $f(x_1)$, $f(x_2)$ etc ...

Partie III Construction de la courbe représentative de f : $\mathcal{C}_f$

1. Sélectionner les valeurs approchées de $f(x)$. Cliquer ensuite sur l'îcone pour faire une représentation graphique et choisir la représentation sous forme de courbe. Mettre les valeurs de x en étiquette de l'axe des abscisses.
2. La fonction que l'on a utilisée est en fait $f : x \mapsto 3x^3 - 5x + 1$
   Représenter cette fonction sur le même graphique.
3. A-t-on une bonne approximation de $\mathcal{C}_f$ en utilisant l'approximation affine de f en chacun des points ?
4. Changer la valeur du pas h et regarder ce que ça change graphiquement.

Partie III Autres approximations :

1. Faire le même chose pour $f'(x) = 2x$ et $f(0) = 1$.
2. Faire le même exercice pour $f'(x) = -\dfrac{x}{2} + 1$ et $f(-2) = -1$.
3. Faire le même exercice pour $f'(x) = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$ et $f\left(\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{1}{12}$.

Compétences du B2i (Lycée) dans ce TP :

$C3.4$	$\cdots\cdots$	Je sais utiliser ou créer des formules pour traiter les données.
$C3.5$	$\cdots\cdots$	Je sais produire une représentation graphique à partir dun traitement de données numériques.
$C1.2$	$\cdots\cdots$	Je sais structurer mon environnement de travail
$C2.4$	$\cdots\cdots$	Je valide, à partir de critères définis, les résultats qu'un traitement automatique me fournit