Partie 1 :

1. Déterminer le polynôme $P(x)$ de degré 3 tel que pour tout réel x on ait

$$P(x+1) - P(x) = x^2 \text{ et } P(1) = 0$$

2. En déduire que pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = P(n+1)$$

3. En déduire que pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

4. En déduire la somme des carrées des 100 premiers entiers naturels non nuls.

Partie 2 :
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{1}{6}x$
On note $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique.

1. Cacluler la dérivée f' de f puis étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f
3. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.
4. Tracer $\mathcal{C}_f$ et T dans un même repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ avec $||\overrightarrow{i}|| = ||\overrightarrow{j}|| = 2$ cm