

Exercice 1 :

Trouver l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$1. f : x \rightarrow x^2 + 3x + 5 \quad g : x \rightarrow 4x^2 + \frac{1}{x} - 1 \quad h : x \rightarrow \frac{-5}{x^2} + 2\sqrt{x} + 4x - 5$$

$$2. f : x \rightarrow \frac{2}{3x+1} \quad g : x \rightarrow \frac{x}{x^2-1} \quad h : x \rightarrow \frac{(4x-1)(2x^2+3)}{x(2x-3)(x^2+1)}$$

$$3. f : x \rightarrow \sqrt{4x-16} \quad g : x \rightarrow \sqrt{-2x+18} \quad h : x \rightarrow \frac{5}{\sqrt{2x-3}} \quad k : x \rightarrow \sqrt{\frac{x(x-2)}{(3x+6)(x-5)}}$$

Exercice 2 :

Étudier la parité des fonctions suivantes :

$$1. f : x \rightarrow x^3 + 2x^2 - x \quad g : x \rightarrow x^3 - 3x + 4x \quad h : x \rightarrow \frac{4x^2+1}{x^2-4}$$

$$2. f : x \rightarrow \frac{-2}{\sqrt{x^2+3}} \quad g : x \rightarrow \frac{x^2}{(x^3+2x)} \quad h : x \rightarrow \cos x + \cos(2x)$$

$$3. f : x \rightarrow \frac{x}{1+|x|}$$

Exercice 3 :

Étudier la périodicité des fonctions suivantes :

$$1. f : x \rightarrow \cos x + \cos(2x) \quad g : x \rightarrow \cos(3x+4) - \sin(3x-4)$$

$$2. g : x \rightarrow g(x) = f(ax+b) \text{ avec } f \text{ une fonction } T\text{-périodique, } a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{Z}$$

$$3. h : x \rightarrow h(x) = f\left(\frac{x}{a} + b\right) \text{ avec } f \text{ une fonction } T\text{-périodique, } a \in \mathbb{Z}^* \text{ et } b \in \mathbb{Z}$$

Exercice 4 :

Le but du problème est de comparer les deux nombres suivants :

$$A = \frac{1,0000002}{1,0000004} \text{ et } B = \frac{0,9999996}{0,9999998}$$

1. Soient f et g les fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{1+2x}{1+4x} \text{ et } g(x) = \frac{1-4x}{1-2x}$$

a Quels sont les ensembles de définition D_f et D_g des fonctions f et g ?

b Que vaut $f(10^{-7})$? Que vaut $g(10^{-7})$?

2. pour comparer les nombres A et B , on va comparer les fonctions f et g en étudiant la différence $f(x) - g(x)$.

a Démontrer que : $f(x) - g(x) = \frac{12x^2}{(1+4x)(1-2x)}$.

b Résoudre l'inéquation : $f(x) - g(x) > 0$.

c En déduire le signe de $f(10^{-7}) - g(10^{-7})$.

d Conclure.