La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice est autorisée pour ce DS

Exercice 1 :
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 + 4x - 1$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1. (a) Calculer l'image de 0 par f.
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
   (c) En déduire les coordonnées du (ou des) point(s) d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses ainsi que les coordonnées du (ou des) point(s) d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des ordonnées.
2. Ecrire f sous forme canonique et donner les coordonnées du sommet de $\mathcal{C}_f$.
3. Déterminer les coordonnées du (ou des) point(s) d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec la droite d d'équation : $y = 4x + 4$.

Exercice 2 :
On lance verticalement une balle de tennis, à la vitesse de $20m.s^{-1}$. La hauteur h (en mètres) atteinte par la balle en fonction du temps t (en secondes) est donnée par $h(t) = -5t^2 + 20t + 1,6$.

1. Quelle est la hauteur de la balle au départ ? au bout de 1 seconde ? de 3 secondes ?
2. En utilisant le discriminant que lorsque c'est nécessaire, déterminer à quel(s) instant(s) la balle atteindra une hauteur de
   (a) 1,6 mètre
   (b) 21,6 mètres
3. Déterminer au bout de combien de temps la balle retombera au sol (on donnera une valeur approchée).

Exercice 3 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

(a) $-4x^4 - 63x^2 + 16 = 0$

(b) $\dfrac{1}{x} = 3x - 4$

(c) $7x^3 - 14x^2 = 0$

Exercice 4 :
Ecrire en fonction de $\cos x$ et (ou) $\sin x$:

1. $A = \cos x + \cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) + \cos(x + \pi) + \cos\left(x + \dfrac{3\pi}{2}\right)$
2. $B = \sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) - \cos(x + \pi) + \cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) - \sin(x - \pi)$

Tourner SVP

Exercice 5 :

On donne : $\cos\left(\dfrac{\pi}{16}\right) = \dfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

1. Démontrer que $\sin\left(\dfrac{\pi}{16}\right) = \dfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$
2. En déduire les valeurs exactes de $\sin\left(\dfrac{17\pi}{16}\right)$ et $\cos\left(-\dfrac{7\pi}{16}\right)$
3. Démontrer que pour tout réel x, $(\cos x + \sin x)^2 - 1 = 2\cos x \sin x$

Exercice 6 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$

1. On considère le point M de coordonnées cartésiennes $(2\sqrt{3}; 2)$ dans $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
   (a) Déterminer un couple de coordonnées polaires de M dans $(O, \overrightarrow{i})$.
   (b) Faire un dessin et placer M.
2. On considère le point N tel que $ON = \dfrac{1}{2}OM$ et tel qu'une mesure de $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$ soit $\dfrac{3\pi}{4}$.
   (a) Placer N sur le dessin précédent.
   (b) Donner un couple de coordonnées polaires de N dans $(O, \overrightarrow{OM})$.
   (c) Déterminer un couple de coordonnées polaires de N dans $(O, \overrightarrow{i})$.
3. $[3; -\dfrac{7\pi}{6}]$ est un couple de coordonnées polaires du point P dans $(O, \overrightarrow{i})$. Déterminer les coordonnées cartésiennes de P dans $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.