

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.
A rendre pour le **VENDREDI 3 Octobre 2008**

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^4$

- Démontrer que $\forall a \in \mathbb{R}$ et $\forall b \in \mathbb{R}$ on a $a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$
- Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
- Étudier la parité de f . En déduire le sens de variations de f sur $] -\infty; 0]$.

Exercice 2 :

Le but de cet exercice est de comparer les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^4} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

- Calculer $f(x) - g(x)$.
- En déduire l'intervalle sur lequel on a $f \geq g$.

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x\sqrt{4-x^2}$$

- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
- Étudier la parité de la fonction f .
- Démontrer que f admet un maximum $M = 2$. (On pourra étudier le signe de $[f(x)]^2 - 4$)

Exercice 4 :

On note f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^3 - 12x^2 - 21x + 30$

- Trouver trois réels a , b et c tels que $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$
- Trouver deux réels m et p tels que $f(x) = 3(x-1)(x-5)(mx+p)$
- Trouver les coordonnées des points d'intersection entre \mathcal{C}_f et la droite des ordonnées.
- Trouver les coordonnées des points d'intersection entre \mathcal{C}_f et la droite des abscisses.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.
A rendre pour le **VENDREDI 3 Octobre 2008**

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^4$

- Démontrer que $\forall a \in \mathbb{R}$ et $\forall b \in \mathbb{R}$ on a $a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$
- Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
- Étudier la parité de f . En déduire le sens de variations de f sur $] -\infty; 0]$.

Exercice 2 :

Le but de cet exercice est de comparer les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^4} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

- Calculer $f(x) - g(x)$.
- En déduire l'intervalle sur lequel on a $f \geq g$.

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x\sqrt{4-x^2}$$

- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
- Étudier la parité de la fonction f .
- Démontrer que f admet un maximum $M = 2$. (On pourra étudier le signe de $[f(x)]^2 - 4$)

Exercice 4 :

On note f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^3 - 12x^2 - 21x + 30$

- Trouver trois réels a , b et c tels que $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$
- Trouver deux réels m et p tels que $f(x) = 3(x-1)(x-5)(mx+p)$
- Trouver les coordonnées des points d'intersection entre \mathcal{C}_f et la droite des ordonnées.
- Trouver les coordonnées des points d'intersection entre \mathcal{C}_f et la droite des abscisses.