**Exercice 1** :
On appelle polynôme symétrique un polynôme dont les coefficients peuvent se lire indifféremment dans un sens comme dans l'autre. On note $P$ le polynôme $P_3(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1$

1. Vérifier que 0 n'est pas une racine de $P_3$
2. Montrer que si $\alpha$ est racine de $P_3$ alors $\dfrac{1}{\alpha}$ est aussi une racine de $P_3$.
3. Montrer que $P_3(x) = 0$ est équivalente à $x^2 - 5x + 6 - \dfrac{5}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$
4. Calculer $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2$
5. Trouver les racines de $P_3$

**Exercice 2** :
Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la courbe $C$ d'équation : $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 2$
et la droite $D$ d'équation $y = -x - 2$.

1. Montrer que $C$ et $D$ ont un point commun d'abscisse 2.
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $C$ et $D$.

**Exercice 3** :
On note $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 7x + 2$

1. Donner la forme canonique du trinôme $f(x)$
2. Démontrer que $f$ admet un maximum ( en utilisant la forme canonique ) et donner sa valeur.
3. Donner le tableau des variations de $f$.
4. Tracer la courbe de la fonction $f$.

**Exercice 4** :
On note $f$ la fonction définie par $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ pour tout x réel.
On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de $f$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Préciser la nature de la courbe $\mathcal{C}_f$ et les coordonnées de son sommet $S$.
2. Montrer que la courbe $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en deux points $A$ et $B$ dont on précisera les coordonnées.
3. Pour quelles valeurs de $x$ la courbe $\mathcal{C}_f$ est-elle située au-dessus de l'axe des abscisses ?

**Exercice 5** :
Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 1$

**a.** Etude de la fonction $f$

1. Étudier le signe de $f$.
2. Dresser le tableau de variation de la fonction $f$.
3. Tracer sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

**b.** Pour tout nombre $m \in \mathbb{R}$, on considère la droite $(D_m)$ d'équation $y = -2x + m$

1. Tracer dans le même repère : $(D_0)$, $(D_{-3})$ et $(D_2)$
2. Discuter graphiquement le nombre de point d'intersection entre $(D_m)$ et $\mathcal{C}_f$ suivant la valeur de $m$
3. Discuter, maintenant par le calcul, le nombre de points d'intersection entre $(D_m)$ et $\mathcal{C}_f$
4. Donner les coordonnées du point d'intersection dans le cas où il est unique.