

Exercice 1 :

On note P le polynôme $P_1(x) = 2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$

1. Trouver une racine de P_1
2. Trouver toutes les racines de P_1 puis le factoriser.
3. Résoudre $P_1(x) \geq 0$

Exercice 2 :

On note P le polynôme $P_2(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

1. Trouver une racine évidente de P_2
2. Démontrer que -1 est une racine de P_2
3. Trouver toutes les racines de P_2 puis le factoriser.
4. Résoudre $P_2(x) < 0$

Exercice 3 :

On note P le polynôme $P(x) = 4x^2 - (\sqrt{6} + 4\sqrt{3})x + \sqrt{18}$

1. Montrer que $\frac{\sqrt{6}}{4}$ est une racine de P .
2. Trouver les autres racines et factoriser P .

Exercice 4 :

On note P le polynôme $P(x) = x^5 - x^4 - 7x^3 + x^2 + 6x$

1. Trouver toutes les racines du polynôme P .
2. En déduire les solutions dans \mathbb{R}^+ , de l'équation suivante :

$$x^{\frac{5}{2}} - x^2 - 7x^{\frac{3}{2}} + x + 6\sqrt{x} = 0$$

3. En déduire toutes les solutions dans \mathbb{R} , de l'équation suivante :

$$-x^5 - x^4 + 7x^3 = -x^2 + 6x$$

Exercice 5 :

Soit k un nombre réel. On considère le polynôme suivant :

$$P(x) = 2x^3 + (k - 4)x^2 - 2k(1 + 3k)x + 12k^2$$

Déterminer les valeurs de k telles que :

1. $P(x)$ soit divisible par $(x - 1)$
2. $P(x)$ soit divisible par $(x - 2)$
3. Factoriser le polynôme P en produit de polynômes du premier degré.

Exercice 6 :

Trouver un polynôme P de degré 3 tel que : $P(x + 1) - P(x) = (x - 1)(x + 1)$

En déduire en fonction de n la valeur de la somme :

$$S_n = 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + (n - 2)n$$

Cas particulier : Calculer cette somme si $n = 100$.