

Exercice 1

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour $n \geq 2$ par $u_n = \frac{-3^n \times n}{2^{n-1}}$.

Étudier les variations de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Exercice 2

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout n par $u_n = 1 + \frac{1}{2(n+1)}$

1. k étant un naturel quelconque, montrer que l'on peut trouver un naturel n tel que : $1 - 10^{-k} < u_n < 1 + 10^{-k}$.
En déduire la convergence de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
2. A l'aide d'une fonction numérique, montrer d'une autre façon que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge.

Exercice 3

Étudier la convergence des suites ci-dessous :

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{2^n + 3^n}{5^n}$
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{7^n + 3^n}{5^n}$
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{\sin(n)}{2n}$
4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{1 + (-1)^n}{n + 1}$
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \frac{(-1)^n \sqrt{n} + n}{n}$

Exercice 4

La suite $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est définie par $\begin{cases} d_0 = 1 \\ d_{n+1} = \sqrt{1 + (d_n)^2} \end{cases}$

1. Calculer les trois premiers termes de la suite.
2. Vérifier que tous les termes d_n sont positifs.
3. Vérifier que la suite $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est ni géométrique, ni arithmétique.
4. On pose $u_n = (d_n)^2$. Montrer que la suite $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est arithmétique.
5. En déduire l'expression de d_n en fonction de n .
6. Vérifier que pour tout entier naturel n , on a : $\sqrt{n} \leq d_n \leq n$.
En déduire la limite de la suite $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Exercice

Que pouvez-vous dire d'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ si :

1. elle est majorée et croissante ?
2. elle est minorée et décroissante ?
3. elle est minorée et alternée ?