

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

La calculatrice n'est pas autorisée pour ce devoir

Exercice 1 : Donner, en le justifiant, le sens de variation de chacune des suites définies par :

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2n^2 - 8n + 11$
2. Pour tout $n \geq 1$, $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$
3. Pour tout $n \geq 2$, $u_n = \frac{2^n}{n(n-1)}$
4. $u_1 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = u_n - \frac{1}{n}$

Exercice 2 : Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $u_n = \sin \frac{2n\pi}{3}$

1. Calculer les 4 premiers termes de la suite.
2. Montrer que la suite (u_n) est bornée.
3. Exprimer u_{n+3} en fonction de u_n .

Exercice 3 : On nomme (u_n) la suite définie pour $n \geq 2$ par $u_n = \frac{3^n \times n}{2^{n-2}}$.

1. Calculer les deux premiers termes de la suite.
2. Calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et en déduire le sens de variation de (u_n) .
3. Montrer que pour tout $n \geq 2$, $u_{n+2} = \frac{9}{4}u_n + 18 \times \left(\frac{3}{2}\right)^n$

Exercice 4 : On donne : $\sin x = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ et $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$.

1. Calculer $\cos x$, $\sin 2x$ et $\cos 2x$.
2. En déduire la valeur exacte de x .

Exercice 5 :

1. Exprimer $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ en fonction de $\cos x$ et (ou) $\sin x$.
2. En déduire la ou les solution(s) dans $] -\pi; \pi[$ de l'équation $\cos x + \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 6 : Démontrer que pour tous réels a et b , on a : $\cos^2(a - b) + \sin^2(a + b) = 1 + \sin 2a \sin 2b$.

Exercice 7 : Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses convient. Sur votre copie, inscrivez le numéro de la question et la lettre correspondant à votre réponse. Aucune justification n'est demandée.

Barème : Une réponse exacte rapporte 0,5 point ; une réponse inexacte enlève 0,25 point ; une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

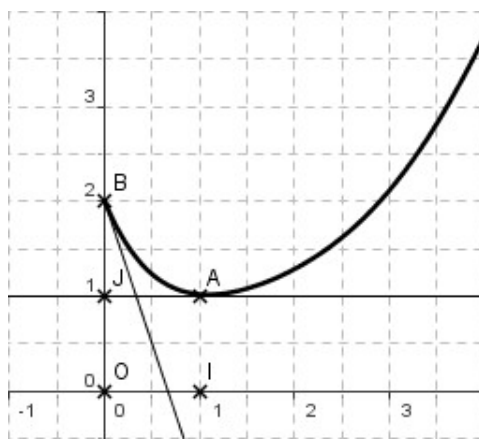
Tourner la page \longrightarrow

On considère une fonction f définie et dérivable sur $[0; +\infty[$. On donne, d'une part, le tableau de variation de f et d'autre part, sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{OI}, \vec{OJ})$ ainsi que les tangentes à la courbe de f aux points A et B .

La suite (u_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = f(n)$.

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	2	1	$+\infty$

↘ ↗



	a	b	c
1. Graphiquement, on peut lire	$f(2) = 0$	$f'(0) = 2$	$f'(1) = 0$
2. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} =$	-3	1	0
3. La fonction g est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $g = \frac{1}{f}$, alors	$g'(0) = \frac{3}{4}$	$g'(0) = -\frac{1}{3}$	$g'(0) = -\frac{3}{4}$
4. La fonction d est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $d(x) = f(x) - (-3x + 2)$, alors	d est négative sur $[0; +\infty[$	$d(1) = 2$	$d(0) = -3$
5. h est une fonction vérifiant $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} (fh)(x) = 0$	vrai	faux	on ne peut pas conclure
6. L'équation $f(x) = x$ admet au moins une solution dans $[0; +\infty[$	vrai	faux	on ne peut pas conclure
7. La suite (u_n) est croissante	vrai	faux	on ne peut pas conclure
8. 0 est un minorant de (u_n)	vrai	faux	on ne peut pas conclure
9. $u_4 = 3$	vrai	faux	on ne peut pas conclure
10. (u_n) est bornée	vrai	faux	on ne peut pas conclure