La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice est autorisée pour ce devoir

Exercice 1 :
Pour chaque fonction, préciser l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité et déterminer l'expression de la fonction dérivée.

$f : x \longmapsto \left(2x + 1 - \dfrac{1}{x^3}\right)\sqrt{x}$ $\qquad g : x \longmapsto \sqrt{4 - 3x}$ $\qquad h : x \longmapsto \dfrac{1}{(3x-5)^4}$

Exercice 2 :
Dans tout l'exercice, on note :

▷ f la fonction définie par $f : x \mapsto \dfrac{3x^2 + 5}{x + 3}$

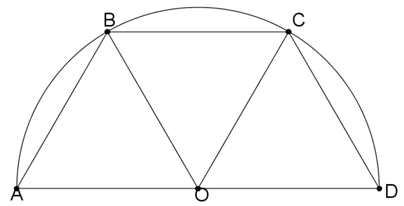
▷ $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthogonal.

▷ $\alpha = \dfrac{-9 - 4\sqrt{6}}{3}$ et $\beta = \dfrac{-9 + 4\sqrt{6}}{3}$

▷ Δ la droite d'équation $y = 3x - 9$

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Déterminer les coordonnées de A point d'intersection entre l'axe des ordonnées et $\mathcal{C}_f$.
3. Déterminer f', la fonction dérivée de f.
4. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{D}_f$, on a $f'(x) = \dfrac{3(x-\alpha)(x-\beta)}{(x+3)^2}$.
5. Dresser le tableau des variations de f. On ne demande pas de calculer les valeurs des extréma.
6. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{D}_f$ on a $f(x) = 3x - 9 + \dfrac{32}{x+3}$
7. Déterminer le signe de $f(x) - (3x - 9)$
8. Déterminer en fonction des valeurs de x, la position relative entre $\mathcal{C}_f$ et Δ.

Exercice 3 :
$ABCD$ est un demi-hexagone régulier inscrit dans un demi-cercle de rayon 1 : $AO = AB = 1$



1. Justifier que chacun des triangles OAB, OBC et OCD sont équilatéraux.
2. Calculer $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}$.
3. Construire sur la figure, en expliquant, un point E tel que $AE = 1$ et $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AO} = \dfrac{3}{4}$. Y-a-t-il plusieurs possibilités ?

Exercice 4 :
ABH est un triangle rectangle en H tel que $BH = 2$ et $AB = 3$.
K étant le projeté orthogonal de H sur (AB), calculer de deux maniéres différentes $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BH}$ puis en déduire BK.