La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice est autorisée pour ce devoir

Exercice 1 :
La courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3; 6]$ est donnée sur le verso de cette feuille.
On ne demande pas de justifier les réponses pour les questions 1. 2. 3. et 4.

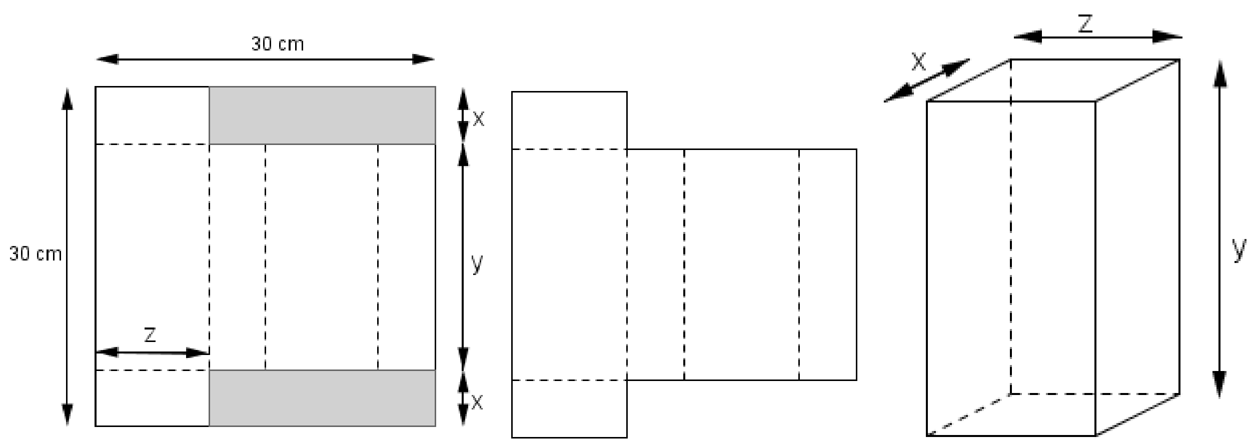
1. Lire graphiquement les valeurs de $f(0)$, $f(6)$ et $f(4)$
2. Lire graphiquement les valeurs de $f'(-2)$, $f'(0)$ et $f'(4)$
3. Déterminer l'équation réduite des tangentes à la courbe
   (a) au point B
   (b) au point C
4. Mettre en évidence sur la représentation graphique l'existence d'un nombre α négatif tel que $f'(\alpha) = 0$.
   Donnez une valeur approchée de α.
5. En déduire les solutions de $f(x) \times f'(x) = 0$

Exercice 2 :
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{3-x}$

1. Démontrer que f est dérivable en 2 et déterminer $f'(2)$.
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2.

Exercice 3 :
On note P le polynôme tel que $P(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x - 500$

1. Partie I :
   (a) Montrer que 10 est une racine du polynôme P.
   (b) Écrire P sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré (factoriser au maximum).
   (c) Résoudre $P(x) = 0$
   (d) Résoudre $P(x) < 0$
2. Partie II :
   Un fabricant de boîtes en carton utilise le procédé suivant : partant d'une feuille de carton carrée de 30 cm de côté, on découpe alors deux bandes de x cm de largeur, comme indiqué sur la figure, puis on replie le patron pour former la boîte qui sera fermée par des agraphes.



   (a) Dans quel intervalle doit-on choisir x pour que la construction soit possible ?
   (b) Déterminer, en fonction de x, les deux autres dimensions y et z de la boîte.
   (c) A l'aide de la partie I, déterminer x pour que le volume de la boîte soit 500 cm^3.

Exercice 4 :
θ est un élément de $]-\pi; 0[$ avec $cos(\theta) = \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$.
Déterminer la valeur exacte, écrite sous la forme la plus simple possible, de $sin(\theta)$

Exercice 5 :
On sait que $tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$

1. Pour tout $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, exprimer $tan(x + \pi)$ en fonction de $tan(x)$.
2. Pour tout $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, exprimer $tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ en fonction de $tan(x)$.
3. En déduire la valeur exacte de $tan\left(\frac{9\pi}{8}\right)$
4. En déduire la valeur exacte de $tan\left(-\frac{3\pi}{8}\right)$

Exercice 6 :
Dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère le point A de coordonnées cartésiennes $(2; 2)$ et le point B dont les coordonnées polaires par rapport à l'axe polaire $(O, \vec{i})$ sont $\left(2\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées polaires de A par rapport à l'axe polaire $(O, \vec{i})$.
2. Déterminer les coordonnées cartésiennes de B dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
3. Déterminer les coordonnées polaires de B par rapport à l'axe polaire $(O, \vec{j})$.
4. Utiliser la relation de Chasles pour calculer une mesure de $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$.
5. Calculer la longueur du segment $[AB]$.

Courbe représentative de f de l'exercice 1 :