La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

La calculatrice n'est pas autorisée pour ce devoir

Exercice 1 :

1. On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto -3x^2 + 6x + 2$
   (a) Trouver une forme canonique de $f(x)$
   (b) Décrire la courbe de la fonction f dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
   (Type de courbe, éléments de symétrie éventuels, sommet ou autre ...)
2. On note g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $g : x \mapsto \dfrac{3-x}{x-2}$
   (a) Déterminer $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ tels que $g(x) = a + \dfrac{b}{x-2}$
   (b) Comment obtenir la courbe représentative de g à partir de celle d'une fonction de référence ?
   (c) Tracer l'allure de la courbe $\mathcal{C}_g$ dans un repère orthonormé.

Exercice 2 :

1. Soient deux fonctions $f : x \mapsto \sqrt{x-9}$ et $g : x \mapsto (4-x)^2$
   (a) Déterminer l'ensemble de définition de $f \circ g$.
   (b) Exprimer $(f \circ g)(x)$ en fonction de x.
2. Soit la fonction $h : x \mapsto \dfrac{1}{2-\sqrt{x}}$
   (a) Déterminer le domaine de définition de h
   (b) Définir trois fonctions m, n et t telles que $h = m \circ n \circ t$.

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle.

1. Construire le point G barycentre de $(A, 1)(B, 1)(C, 2)$.
2. Déterminer l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{BC}$ soient orthogonaux.
3. Déterminer l'ensemble des points M tels que

$$\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = \| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} \|$$

Exercice 4 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O, G le barycentre de $(A, 2)(B, 1)$ et H le barycentre de $(C, 2)(D, 1)$.

1. Démontrer que O est l'isobarycentre de G et H.
2. Démontrer que $GAHC$ est un parallélogramme.

Exercice 5 :

On note D le barycentre de $(A, -1)(B, 2)(C, 3)$ et E le barycentre de $(B, -4)(A, 2)$.

1. Démontrer que D, E et C sont alignés.
2. (Question facultative : Si vous avez terminé les autres questions ...)
   On note H et I deux points tels que $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{AH}$ et $2\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{CB}$.
   Démontrer que D, I et H sont alignés.