Exercice 01 :

1. On note x le nombre de baisses.
   Prix d'une place : $(50-2,5x)$ euros
   Nombre de personnes : $(400+100x)$ personnes
   donc $f(x)=(400+100x)(50-2,5x)=20000-1000x+5000x-250x^2=-250x^2+4000x+20000$
   donc $\boxed{f(x)=-250x^2+4000x+20000}$
2. $\forall x\in\mathbb{R}$,
   $-250(x-8)^2+36000=-250(x^2-16x+64)+36000=-250x^2+4000x-16000+36000=$
   $-250x^2+4000x+20000=f(x)$
   donc $\forall x\in\mathbb{R}$, $\boxed{f(x)=-250(x-8)^2+36000}$
3. $x\mapsto(x-8)^2\mapsto-250(x-8)^2+36000$
   On note $g:x\mapsto x^2$, $h:x\mapsto g(x-8)$ et $f:x\mapsto-250h(x)+36000$
   On sait que g est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$ et strictement croissante sur $[0;+\infty[$
   Or d'après le cours h a les même variations que g mais sur des intervalles différents :
   h est strictement décroissante sur $]-\infty;8]$ et strictement croissante sur $[8;+\infty[$
   Or d'après le cours f et h ont des variations contraires (car $-250<0$)sur les mêmes intervalles
   donc f est strictement croissante sur $]-\infty;8]$ et strictement décroissante sur $[8;+\infty[$
   Son tableau des variations est donc :

x	$-\infty$	8	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	36000	$\searrow$

4. Pour obtenir un revenu maximal le directeur doit faire 8 baisses et donc faire payer :
   $50-8\times2,5=\boxed{30 \text{ euros}}$
5. Le revenu maximal est : $f(8)=\boxed{36000 \text{ euros}}$
   Le nombre de spectateurs est : $400+8\times100=400+800=\boxed{1200 \text{ spectateurs}}$.

Exercice 02 :

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^4+4x^2+1$

1. f est une fonction polynôme donc $D_f=\mathbb{R}$
   On a donc D_f qui est symétrique par rapport à 0.
   $f(-x)=-(-x)^4+4(-x)^2+1=-x^4+4x^2+1=f(x)$
   donc f est une fonction paire et sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
2. $f(x)=a-(b-x^2)^2=a-(b^2-2bx^2+x^4)=-x^4+2bx^2+a-b^2$.
   Par identification avec $f(x)=-x^2+4x^2+1$, on obtient :
   $\left\{\begin{array}{l}2b=4\\ a-b^2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}b=2\\ a=5\end{array}\right.$ donc $\boxed{f(x)=5-(2-x^2)^2}$
3. Étudions les variations de f sur $[0;\sqrt{2}]$:
   On note a et b deux nombres de $[0;\sqrt{2}]$ tels que $a<b$
   La fonction $x\mapsto x$ est strictement croissante sur l'intervalle $[0;\sqrt{2}]$ donc $a^2<b^2$
   La fonction $x\mapsto 2-x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ donc $2-a^2>2-b^2$
   Or $0\leq a<\sqrt{2}$ donc $a^2<2$ donc $0<2-a^2\in\mathbb{R}^+$ et de même $0<2-b^2\in\mathbb{R}^+$
   or la fonction $x\mapsto x^2$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$ donc $(2-a^2)^2>(2-b^2)^2$
   or la fonction $x\mapsto 5-x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ donc $5-(2-a^2)^2<5-(2-b^2)^2$ et $f(a)<f(b)$

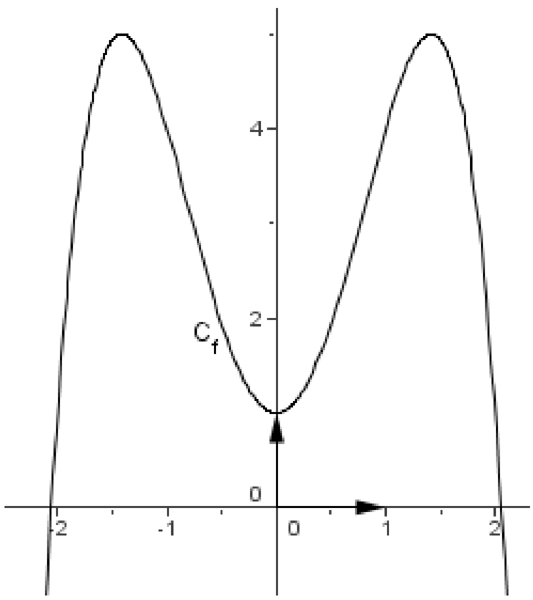
donc f est strictement croissante sur $[0;\sqrt{2}]$.

Étudions les variations de f sur $[\sqrt{2};+\infty[$:
On note a et b deux nombres de $[\sqrt{2};+\infty[$ tels que $a < b$
La fonction $x \mapsto x$ est strictement croissante sur l'intervalle $[\sqrt{2};+\infty[$ donc $a^2 < b^2$
La fonction $x \mapsto 2 - x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ donc $2 - a^2 > 2 - b^2$
Or $\sqrt{2} < a$ donc $2 < a^2$ donc $0 > 2 - a^2 \in \mathbb{R}^-$ et de même $0 > 2 - b^2 \in \mathbb{R}^-+$
or la fonction $x \mapsto x^2$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$ donc $(2-a^2)^2 < (2-b^2)^2$
or la fonction $x \mapsto 5 - x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ donc $5-(2-a^2)^2 > 5-(2-b^2)^2$ et $f(a) > f(b)$
donc f est strictement décroissante sur $[\sqrt{2};+\infty[$.

La courbe représentative de la fonction étant symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, on obtient le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	

4. Courbe représentative de la fonction f :



Exercice 03 :
$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$
$=\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$
Or $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ donc (Δ) est l'ensemble des points M tels que $3\overrightarrow{GM}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{GM}$ colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.
(Δ) est donc la droite passant par G et parallèle à (AB).