Exercice 1 : (10 points)

Fonction f_1 : $f_1 : x \longmapsto x^2 + x - 12$

1. f_1 est une fonction polynôme donc $\boxed{D_{f_1} = R}$
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$:
   $f_1(x) = x^2 + x - 12 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 12 = \boxed{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}}$
3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$:
   $f_1(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{2} + \frac{7}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2} - \frac{7}{2}\right) = \boxed{(x+4)(x-3)}$
4. Tableau des variations de f_1 :

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
f		$\searrow$	$-49/4$	$\nearrow$	

5. Coordonnées entre $\mathcal{C}_{f_1}$ et l'axe des abscisses.
   D'après la forme factorisée les points d'intersection entre $\mathcal{C}_{f_1}$ et l'axe des abscisses sont $A(-4; 0)$ et $B(3; 0)$
6. Coordonnées entre $\mathcal{C}_{f_1}$ et l'axe des ordonnées.
   D'après la forme développée le point d'intersection entre $\mathcal{C}_{f_1}$ et l'axe des ordonnées est $D(0; -12)$

Fonction f_2 : $f_2 : x \longmapsto -2(x-3)^2$

1. f_2 est une fonction polynôme donc $\boxed{D_{f_2} = R}$
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$:
   $f_2(x) = -2(x-3)^2 = -2(x^2 - 6x + 9) = \boxed{-2x^2 + 12x - 18}$
3. Tableau des variations de f_2 :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
f		$\nearrow$	0	$\searrow$	

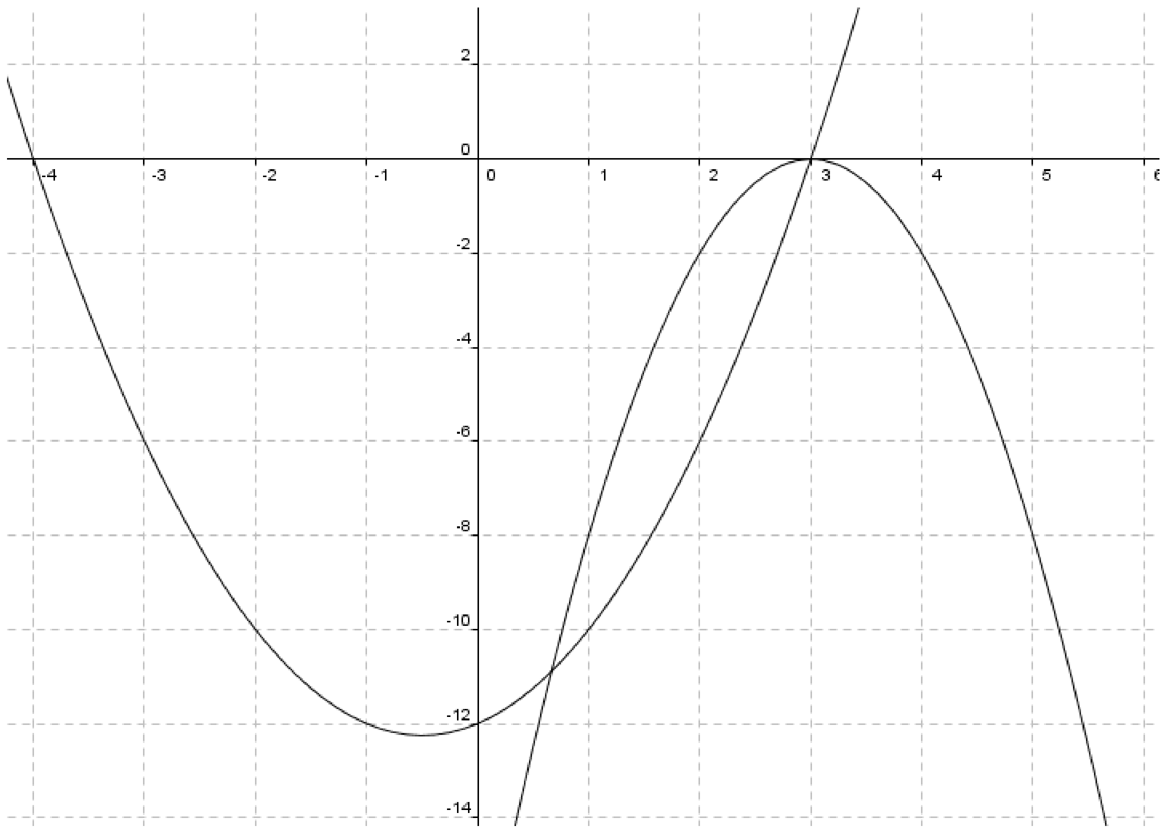
4. Coordonnées entre $\mathcal{C}_{f_1 2}$ et l'axe des abscisses.
   D'après la forme factorisée le point d'intersection entre $\mathcal{C}_{f_2}$ et l'axe des abscisses est $B(3; 0)$
5. Coordonnées entre $\mathcal{C}_{f_2}$ et l'axe des ordonnées.
   D'après la forme développée le point d'intersection entre $\mathcal{C}_{f_2}$ et l'axe des ordonnées est $E(0; -18)$

Courbes représentatives : $\mathcal{C}_{f_1}$ et $\mathcal{C}_{f_2}$

1. $\mathcal{C}_{f_1}$ est une parabole tournée vers le haut de sommet $S_1\left(-\frac{1}{2}; -\frac{49}{4}\right)$ et d'axe de symétrie la droite verticale d'équation $x = -\frac{1}{2}$
2. $\mathcal{C}_{f_2}$ est une parabole tournée vers le bas de sommet $S_2(3; 0)$ et d'axe de symétrie la droite verticale d'équation $x = 3$)
3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) - g(x) = (x+4)(x-3) + 2(x-3)^2 = (x-3)(x+4+2x-6) = (x-3)(3x-2)$

x	$-\infty$		$2/3$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$3x-2$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Position		$\mathcal{C}_{f_1}$ au dessus de $\mathcal{C}_{f_2}$		$\mathcal{C}_{f_1}$ en dessous de $\mathcal{C}_{f_2}$		$\mathcal{C}_{f_1}$ au dessus de $\mathcal{C}_{f_2}$	

4. Courbes représentative de f_1 et de f_2 :



Exercice 2 : (6 points)

1. $x^2 - 6x + 7 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(1)(7) = 36 - 28 = 8$
   $\Delta > 0$ donc il y a deux solutions réelles distinctes à cette équation :
   $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2} = \dfrac{6+\sqrt{8}}{2} = \dfrac{6+2\sqrt{2}}{2} = 3+\sqrt{2}$ $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2} = \dfrac{6-\sqrt{8}}{2} = \dfrac{6-2\sqrt{2}}{2} = 3-\sqrt{2}$
   Donc l'ensemble des solutions est $\boxed{S = \{3-\sqrt{2}; 3+\sqrt{2}\}}$
2. $(x^2-4)(x^2+6x+9) = 0$
   $\iff x^2 - 4 = 0$ ou $x^2 + 6x + 9 = 0$
   Résolvons $x^2 - 4 = 0$:
   $x^2 - 4 = 0 \iff (x-2)(x+2) = 0 \iff x = 2$ ou $x = -2$
   Résolvons $x^2 + 6x + 9 = 0$:
   $\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(1)(9) = 36 - 36 = 0$
   $\Delta = 0$ donc il y a une solution unique réelle à cette équation :
   $x_1 = \dfrac{-b}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3$
   Donc l'ensemble des solutions de l'équation de départ est $\boxed{S = \{-3; -2; 2\}}$
3. $(x^2 + x - 6)(4x^2 - 25) = 0$
   $\iff x^2 + x - 6 = 0$ ou $4x^2 - 25 = 0$
   Résolvons $4x^2 - 25 = 0$:
   $(2x)^2 - 5^2 = 0 \iff (2x-5)(2x+5) = 0 \iff x = \dfrac{5}{2}$ ou $x = -\dfrac{5}{2}$
   Résolvons $x^2 + x - 6 = 0$:
   $\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)(-6) = 1 + 24 = 25$
   $\Delta > 0$ donc il y a deux solutions réelles distinctes à cette équation :
   $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2} = \dfrac{-1+5}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2} = \dfrac{-1-5}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3$
   Donc l'ensemble des solutions de l'équation de départ est $\boxed{S = \left\{-3; -\dfrac{5}{2}; 2; \dfrac{5}{2}\right\}}$

Exercice 3 : (4 points) Déterminer les fonctions du second degré f et g qui vérifient :

1. $\mathcal{C}_f$ passe par $A(0;2)$ et a pour sommet $S(-1;-4)$
   On sait d'après le cours que $f(x) = ax^2 + bx + 2$ et $f(x) = a(x+1)^2 - 4$
   Développons la forme canonique : $f(x) = ax^2 + 2ax + a - 4$ donc $a - 4 = 2$ donc $a = 6$
   La fonction f est donc $\boxed{f : x \longmapsto 6(x+1)^2 - 4}$
2. $\mathcal{C}_g$ passe par $A(2;0)$, $B(-4;0)$ et $C(0;-16)$
   On sait d'après le cours que $f(x) = a(x-2)(x+4)$ et $f(x) = ax^2 + bx - 16$
   Développons la forme factorisée : $f(x) = ax^2 + 2ax - 8a$ donc $-8a = -16$ donc $a = 2$
   La fonction f est donc $\boxed{f : x \longmapsto 2(x-2)(x+4)}$