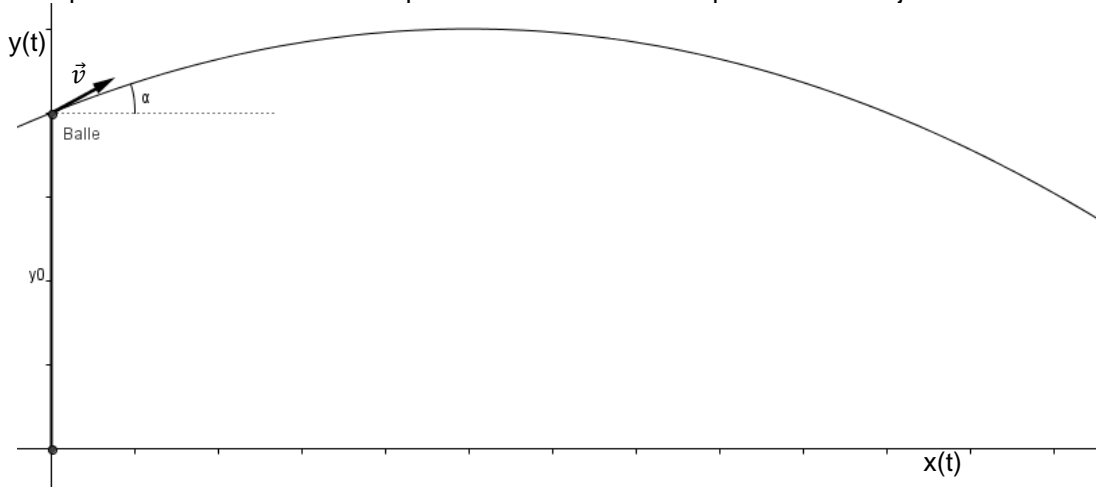


Séance de balistique : Trajectoire d'une balle

Une personne tire une balle d'un pistolet. Ci-dessous est représentée la trajectoire de la balle.



Les coordonnées des points de la trajectoire en fonction du temps sont données par les formules :

$$\begin{cases} x(t) = (v \times \cos \alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v \times \sin \alpha)t + y_0 \end{cases}$$

où :

v représente la vitesse initiale de la balle en m/s

t représente le temps en seconde

α est l'angle en degré que fait le vecteur vitesse par rapport à l'horizontale au début du tir

g est l'accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

y_0 est la hauteur en mètre du départ de la balle par rapport au sol.

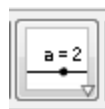
On considère que la personne tient le pistolet à 1,20 mètre du sol, ainsi $y_0 = 1,2$.

Partie I : Utilisation du logiciel géogébra

Dans cette partie, nous allons représenter la trajectoire de la balle sur géogébra.

- Il faut pouvoir faire varier la vitesse et l'angle α . Pour cela nous allons créer ce qu'on appelle des curseurs, un pour la vitesse, un pour l'angle.

Cliquer sur l'icône curseur :



Dans nom, mettre v , dans min mettre **0** et dans max **400**.

Recommencer pour l'angle α , sélectionner **angle**, dans nom, mettre α , prendre un minimum de **0°**, un maximum de **90°** et un incrément de **1°**.

- Il faut maintenant rentrer les équations qui définissent la trajectoire. Dans la zone de saisie, écrire :

$$\text{Courbe}[v \cdot \cos(\alpha) \cdot t, -0.5 \cdot 9.81 \cdot t^2 + v \cdot \sin(\alpha) \cdot t + 1.2, t, 0, 60]$$

Modifier les unités du graphique pour voir la courbe « en entier ». Pour cela cliquer sur le premier icône avec la flèche, faire un clic-droit dans le repère et aller dans graphique. Mettre **10000** dans x_{\max} et **500** dans y_{\max} . (vous pouvez aussi utiliser la molette de la souris).

Tout au long de cette activité, vous serez amené à modifier les valeurs de x_{\max} et y_{\max} afin de changer la fenêtre graphique pour voir la courbe selon les différentes situations.

Déplacer les curseurs afin de faire varier la vitesse et l'angle.

Partie II : Répondre aux questions à l'aide du graphique.

- On fixe v à 300 m/s. Il faut faire varier l'angle α .

Décrire les variations de la distance d'arrivée au sol de la balle (qu'on appelle **la portée de tir**) en fonction de l'angle α . Pour quelle valeur de α , la balle atteint-elle une altitude maximale ?

Recommencer pour d'autres valeurs de v . Qu'observez-vous ?

2) On fixe cette fois α à 45° et v varie.
Décrire les variations de la portée de tir en fonction de v .

A partir de maintenant, on fixe v à 300 m/s.

3) a) Une personne se trouve à 5 mètres du tireur. Représenter cette personne (la cible) par les points A(5 ;0) et B(5 ;1,8). Créer le segment [AB]. Pour cela, taper dans la zone de saisie **A=(5,0)**.

Trouver graphiquement l'inclinaison du pistolet qu'il faut prendre pour atteindre la cible à la tête sachant que la personne mesure 1,80 m.

Penser à modifier les valeurs de x_{\max} et y_{\max} .

b) Même question si on veut atteindre le cœur qui est situé 50 cm sous la tête.

c) Recommencer les questions a) et b) quand la cible se trouve à 50 mètres, puis à 100 mètres.

4) a) Si $\alpha = 25^\circ$, quelle est la portée de tir ?
En déduire à l'aide d'une des équations le temps nécessaire pour que la balle touche le sol.

b) Recommencer pour $\alpha = 45^\circ$, puis $\alpha = 60^\circ$ et $\alpha = 10^\circ$.

5) Si la personne tire verticalement, déterminer graphiquement jusqu'à quelle hauteur la balle va monter.

Partie III : Calcul algébrique du temps que met la balle pour retomber au sol

On souhaite trouver t pour que $y(t) = 0$. On appelle (E) cette équation.

1) Montrer que (E) est équivalente à l'équation :

$$-\frac{1}{2}g \left[\left(t - \frac{v \sin \alpha}{g} \right)^2 - \frac{v^2 \sin^2 \alpha + 2y_0 g}{g^2} \right] = 0$$

2) En déduire que (E) est équivalente à :

$$-\frac{1}{2}g \left[t - \frac{v \sin \alpha}{g} + \frac{\sqrt{v^2 \sin^2 \alpha + 2y_0 g}}{g} \right] \left[t - \frac{v \sin \alpha}{g} - \frac{\sqrt{v^2 \sin^2 \alpha + 2y_0 g}}{g} \right] = 0$$

3) Déterminer l'expression de t en fonction de v , α , g et y_0 .

4) Retrouver les résultats des questions 4a et 4b de la partie II par le calcul.

5) Si la personne tire verticalement, calculer combien de temps a-t-elle pour s'enfuir avant que la balle ne lui retombe sur la tête dans la cas où $v = 300$ m/s.