Travail Expérimental – 2nde	Sciences et investigation policière
MPS	
Séance de Cryptographie numéro 02	

Cryptographie : séance 2 Groupe 1 : **Mardi 8 Novembre**

Le but de cette séance est le cryptage et le décryptage d'un message utilisant le « chiffrement à clef secrète ». On utilisera le codage informatique des lettres avec le code ASCII (American Standard Code for Information Interchange) . Comme exemple, le message choisi est une citation de Georg Cantor (mathématicien allemand 1845 – 1918). Ensuite vous décrypterez les deux messages codés sur les papiers retrouvés sur le lieu du crime.

I) Le cryptage

En informatique, le code ASCII consiste à associer à chaque caractère (lettre de l'alphabet, chiffre, signe de ponctuation, espace, …) un code numérique que l'on appelle son code ASCII.

Par exemple, le code de A est 65, celui de a est 97, celui de l'espace est 32 …. Le code utilisé est un entier n tel que

$$0 \leq n \leq 255.$$

Dans la plupart des tableurs, la fonction « code » renvoie le code ASCII. La fonction réciproque est notée « car ». On entre « =code(A) » pour obtenir le nombre 65 et on entre « =car(65) » pour obtenir la lettre A.

1. Code ASCII

a) Vous allez ouvrir une page de tableur afin de coder le message suivant :

L'essence des mathématiques, c'est la liberté.

Vous écrirez le message dans la ligne 1 à partir de la cellule B1 en ne mettant qu'une seule lettre par cellule et vous n'oublierez pas de taper un espace pour séparer les mots. Vous ferez apparaître le message codé avec le code ASCII sur la ligne 2 à partir de la cellule B2. Pour cela écrire dans la formule B2 la formule =code(B1) puis à l'aide du petit carré noir dans le coin en bas à droite de la cellule, étirer cette formule sur la ligne et jusqu'à la fin de votre phrase.

Le tableau ci-dessous donne le début de la phrase et du codage à obtenir :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Message	L		e	s	s	e	n	c	e
2	Codage ASCII (n)	76								

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Message	L		e	s	s	e	n	c	e
2	Codage ASCII (n)	76		101	115	115	101	110	99	101

b) Le code ASCII ne constituant pas un message bien secret, nous allons dans la ligne 3 du tableur crypter le code ASCII en utilisant le cryptage suivant :

On note f la fonction de cryptage qui, à tout entier n (le code ASCII) appartenant à [0 ; 255] associe le reste de la division euclidienne de $7 \times n$ par 256. On note $f(n)$ ce reste.

La fonction du tableur qui renvoie le reste dans une division euclidienne est « mod(*nombre;diviseur*) ».

Ecrire dans la cellule B3 la formule =MOD(7*B2;256) puis à l'aide du petit carré noir dans le coin à droite de la cellule, étirer cette formule sur la ligne et jusqu'à la fin de votre phrase.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Message	L		e	s	s	e	n	c	e
2	Codage ASCII (n)	76		101	115	115	101	110	99	101
3	Message codé f(n)	20		195	37	37	195	2	181	195

2. Justification du cryptage

Pour le codage ASCII, deux lettres de l'alphabet sont codées par deux nombres distincts. Il faut s'assurer que le cryptage choisi au I.1.b. code deux nombres n et p distincts, compris entre 0 et 255, par deux nombres distincts.

On veut donc démontrer que : "$si\ n \neq p\ alors$ ... ..." Pour fixer les idées, on suppose que $n > p$

a. Explique pourquoi pour tout n du code ASCII, il existe un entier k tel que $7n = 256 \times k + f(n)$
b. Montrer que si $f(n) = f(p)$ alors 256 divise $7(n-p)$.
c. On admet le résultat suivant :

> *Théorème de Gauss*
>
> *Si un nombre n divise un produit de deux facteurs entiers et que l'un des facteurs est premier avec n, alors il divisera l'autre facteur.*

A l'aide de ce résultat, en déduire que $n = p$. Justifier alors que le codage est valide.

II) Le décryptage

1. Expérimentation

Le premier message crypté dans la poche de **Mme NARIENAYFAIRE**:

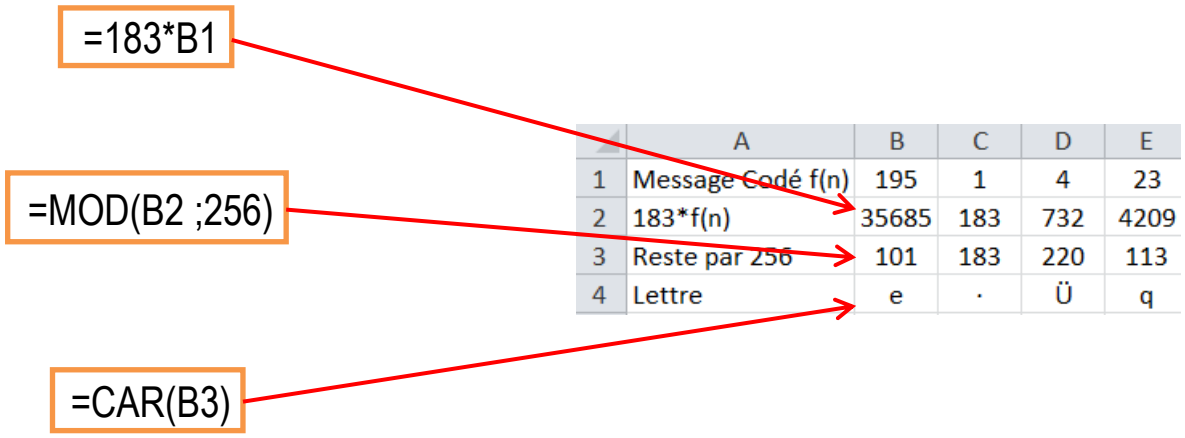
6	195		37	167	223	37		9	207	224	37	9	2	44		58	9	37	
202	223	244	244	195	37		23	51	195		58	9	51	37		167	58	195	86
251	223	37	195		167	51		251	9	2	188	195		244	195		94	129	
251	167	223		87	143	136	80		199	244	244	195	30		181	216	195	86	
27		90	255	227	213	41	83	62	76	227		87	94		16	244	167	181	195
90	195	30	188	51	2		32		241	30	195	2	9	174	244	195		244	195
230	195	51	188	223		115		69	195	16	44	195	251	174	30	195			
58	195	30	37		87	122	216	80	80										
90	9	37		202	223	244	244	195	37		79		37	195	30	9	2	44	231
27	251	195		199	2	44	223	16	51	181	195								

Le deuxième message crypté dans la poche de **M VIECOURTE** :

213	216	195	30		6	195	167	2		90	255	227	213	41	83	62	76	227	
58	9	51	37		167	244	244	195	86		167	58	9	223	30		51	2	195
174	195	244	244	195		37	51	30	16	30	223	37	195		244	195			
115		37	195	16	44	195	251	174	30	195		181	216	195	86		58	9	51	37
6		195	37	16	195	30	195		23	51	195		58	9	51	37				
167	51	30	195	86		16	244	51	37		188	195		181	9	51	30	167	209	195
188	195	58	167	2	44		58	9	37		202	223	244	244	195	37				
195	44		58	9	44	30	195		202	195	251	251	195							
34		9	51	174	244	223	195	86		16	167	37		58	9	44	30	195		
202	223	244	37		16	9	51	30		51	2	195		202	9	223	37			
255	244		2		95	44	167	223	44		16	9	51	30	44	167	2	44		
16	167	37		44	30	88	37		244	9	223	2		188	195		44	9	223	
199		44	30	195	37		174	223	195	2	44	172	44		150	59	31			

Pour décrypter ces deux messages, on note g la fonction de décryptage qui, à tout entier k appartenant à [0 ; 255], associe le reste de la division de $183k$ par 256. On note $g(k)$ ce reste.

Rentrer sur une nouvelle feuille de tableur, les restes $g(k)$ en ligne en commençant à A1. Puis sur une nouvelle ligne, rentrer la formule correspondant à la fonction g pour décrypter les messages.



2. <u>Justification du décryptage</u>

a. Vérifier que le reste de la division euclidienne de 183×7 par 256 est 1.

b. En déduire que le reste de la division euclidienne de $183 \times 7n$ par 256 est n $(Si\ n < 256)$.

c. Le but de cette question est d'expliquer pourquoi la fonction g, qui à k associe $g(k)$ le reste de la division euclidienne de $183k$ par 256, assure le décryptage attendu.

- Par rapport à la partie I), que représente k ?
- Quelle égalité faut-il donc démontrer ?
- En utilisant le fait que $f(n)$ est le reste de la division de $7n$ par 256, démontrer alors l'égalité et conclure.